

# Hellenismus: von ARCHIMEDES bis DIOPHANT

## Lebenlauf des ARCHIMEDES VON SYRAKUS

circa 287 v. Chr.: geboren in Syrakus (Sizilien)

Sohn des PHIDIAS (Astronom)

Reise nach Ägypten, Studium in der Schule des EUKLID

befreundet mit König HIERON von Syrakus

212 v. Chr.: ermordet bei der Eroberung von Syrakus („Störe meine Kreise nicht!“)

Grabstein mit Kugel und umbeschriebenen Zylinder (75 v. Chr. von CICERO renoviert)

## Erhaltene Werke des ARCHIMEDES

- Kugel und Zylinder
- Kreismessung
- Über Spiralen
- Die Quadratur der Parabel
- Die Sandzahl
- Über schwimmende Körper
- ...

## Leistungen des ARCHIMEDES

- in der Öffentlichkeit als Physiker und Ingenieur wahrgenommen
- mathematische Leistungen zu Lebzeiten und die ersten Jahrhunderte danach nur bei Spezialisten bekannt, aber bedeutender als die anderen Leistungen (wohl auch ihm selbst)

Niveau in der Mathematik erst wieder erreicht zu den Zeiten von NEWTON und LEIBNIZ

## Technisch-physikalische Leistungen

- (nach DIODORUS) ARCHIMEDISCHE Schnecke (Wasserhebegerät)
- Kraftverstärkungsmaschinen („Gib mir einen Punkt, auf dem ich stehen kann, und ich werde die Erde bewegen.“)
- ARCHIMEDISCHES Prinzip des Auftriebs, Anwendung zur Reinheitsprüfung einer Gold(?)krone
- Kriegsmaschinen, insbesondere bei der Belagerung von Syrakus durch die Römer

## Mathematische Leistungen

- Umgang mit sehr großen Zahlen:
  - Sandrechnung:  $8 \cdot 10^{63}$
  - Problem der Rinder des Sonnengottes (verschiedene Fassungen)
- ARCHIMEDISCHE Spirale
- Flächen- und Volumenbestimmungen:
  - Kreisumfang und Fläche
$$3 \frac{10}{71} < \pi < 3 \frac{1}{7}$$
  - Parabelquadratur
  - Kugel und Zylinder
  - Rotationskörper

### ARCHIMEDES, der erste Analytiker?

Es fehlen noch:

- technisch einfacher Umgang mit „dem Unendlichen“
- Berechnungskalkül
- Tangentenproblem, insbesondere der Zusammenhang zwischen dem Tangenten- und dem Flächenproblem (d. h., der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung)

## Lebenslauf des ERATOSTHENES VON CYRENE

circa 276 v. Chr.: geboren in Cyrene (Nordafrika; heute: Shahhat in Libyen)

Studien in Cyrene und Athen

seit circa 245 v. Chr. in Ägypten, Erzieher des Kronprinzen und Vorsteher der Bibliothek in Alexandria

Korrespondenz mit ARCHIMEDES

194 v. Chr.: gestorben in Alexandria

## Leistungen

- Sieb des ERATOSTHENES (nach NIKOMACHOS VON GERASA (um 100 n. Chr.))
- Messung des Erdumfangs (nach KLEOMEDES (um 100 v. Chr.) und anderen)
- Gerät zum Ziehen dritter Wurzeln (nach EUTOKIOS (geb. um 480 n. Chr.))

## Lebenslauf des APOLLONIOS VON PERGE

circa 262 v. Chr.: geboren in Perge (Kleinasien; heute: Murtina in der Türkei)

Studien in der Schule des EUKLID in Alexandria und in Pergamon

circa 190 v. Chr.: gestorben in Alexandria

## Leistungen

zu Lebzeiten bekannt durch astronomische Arbeiten  
am stärksten nachwirkend:

„Konika“ (= Kegelschnitte)

8 Bücher: I–IV griechisch, V–VII arabisch erhalten, VIII verloren:

- Kegel(mantel) durch Ebenen verschiedener Neigung geschnitten; erhaltene Figuren:

Parabel,

Hyperbel,

Ellipse

(Namensgebung durch APOLLONIOS)

- geometrische Bestimmung der Tangenten an diese Kurven

im 17. Jahrhundert: Auftreten der Kegelschnitte als Bahnkurven im Sonnensystem

# Die drei „klassischen“ Konstruktionsprobleme der griechischen Mathematik

## Die Quadratur des Kreises

„Quadratur“ mit Zirkel und Lineal!

- aufgeworfen von ANAXOGORAS (circa 500–425 v. Chr.)

In „Die Vögel“ des ARISTOPHANES (circa 448–380 v. Chr.) wird darauf angespielt.

- DEINOSTRATOS (um 350 v. Chr.) geometrische Lösung unter Verwendung einer Hilfskurve (Quadratrix)
- 1766:  $\pi$  ist irrational. (HEINRICH LAMBERT (1728–1777))
- 1882:  $\pi$  ist transzendent. (FERDINAND (VON) LINDEMANN (1852–1939))

Also ist die Kreisquadratur mit Zirkel und Lineal nicht möglich.

## Die Würfelverdopplung (Delisches Problem)

- Problem seit dem 5. Jhrd. v. Chr. untersucht
- Brief des ERATOSTHENES an König PTOLEMÄUS II.
- Lösungen
  - ARCHYTAS VON TARENT (wrkte um 400–360 v. Chr.) mittels Zylinder, Kegel und Torus
  - MENAICHMOS (um 360 v. Chr.) mittels Schnitt einer Parabel ( $y = x^2$ ) und einer Hyperbel ( $xy = 2$ )
  - ...
- Lösung mit Zirkel und Lineal nicht möglich (Körpertheorie, 19. Jahrhundert)

## Die Winkeldreiteilung

- Problem seit dem 5. Jhrd. v. Chr. untersucht
- bereits um 420 v. Chr. Lösung durch HIPPIAS VON ELIS mittels der Quadratrix
- Lösung mit Zirkel und Lineal nicht möglich (Körpertheorie, 19. Jahrhundert)

## DIOPHANT VON ALEXANDRIA

wirkte um 250 n. Chr., Lebensalter: 65 oder 84 Jahre  
wichtigstes Werk:

„Arithmetica“

13 Bücher: sechs davon seit langem bekannt, kürzlich vier weitere entdeckt

Besonderheiten gegenüber sonstiger griechischer Mathematik:

- Beschäftigung mit Gleichungslehre (in babylonischer Tradition)  
Gleichungen nicht geometrisch interpretiert
- Brüche als „Zahlen“ akzeptiert

Besonderheiten gegenüber babylonischer Mathematik:

- explizit Regeln zur Gleichungsauflösung aufgestellt
- Probleme behandelt ohne Anwendungsbezug

„Vater der Algebra“



## Formelsymbolik

1	$\dot{M}$	monás
$x$	$\varsigma$	arithmós
$x^2$	$\Delta^y$	dýnamis
$x^3$	$K^Y$	Kũbos
$x^4$	$\Delta^y \Delta$	dynamodýnamis
$x^5$	$\Delta^y K$	dynamókubos
$x^6$	$K^y K$	Kubókubos

Addition: Aneinanderreihen der Symbole

Subtraktion: eigenes Symbol

Multiplikation, Division: verbal beschrieben

## Behandelte Gleichungstypen

- Reduktion auf Typ  $a \cdot x^m = b \cdot x^n$
- quadratische Gleichungen (Koeffizienten ganze Zahlen)
- $x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = x^2 + 2x + 3$  (eine Lösung:  $x = 4$ )
- „unbestimmte Gleichungen/Gleichungssysteme“
  - \*  $x^2 + y^2 = z^2$
  - \*  $ax^2 + bx + c = y$
  - \*  $ax^2 + bx + c = y^2, dx^2 + ex + f = z^2$

nicht behandelt: „diophantische Gleichungen“  
( $ax + by = c$  mit *ganzzahligen* Lösungen)

## Zahlentheoretische Ergebnisse

zum Beispiel:

- Eine Zahl, die bei Division durch 4 den Rest 3 läßt, ist niemals Summe zweier Quadratzahlen.
- Das Produkt der Summen aus zwei Quadraten läßt sich auf zwei Weisen wieder als Summe zweier Quadrate darstellen:

$$(a^2 + b^2) \cdot (c^2 + d^2) = (ad \pm bc)^2 + (ac \mp bd)^2.$$

## HYPATIA

circa 370 n. Chr.: geboren in Alexandria

Tochter des THEON VON ALEXANDRIA (circa 335–405)

Mathematikerin und Philosophin (Neuplatonistin)

Kommentare zu Werken von DIOPHANT, APOLLONIOS und PTOLEMAIOS: alle verschollen

briefliche Anfrage des SYNESIUS wegen der Konstruktion eines Astrolabiums

März 415: von christlichen Eiferern in Alexandria ermordet im Verlauf von Auseinandersetzungen des Bischofs CYRIL mit dem römischen Stadtpräfekten ORESTES