1 „Die Zahl π“

1.1 Harald Schumacher

Die Zahl π beschäftigte die Menschheit von Archimedes (287–212 B.C.) bis Hilbert (1943). In einem Kreis ist das Verhältnis des Umfangs zum Durchmesser C, und das Verhältnis der Fläche A zum Quadrat des Radius konstant. **Archimedes** erkannte das in jedem Fall die Konstante dieselbe ist.
Seit **Euler** (1737) wird diese Konstante mit π bezeichnet; dem ersten Buchstaben des griechischen Wortes für Kreisumfang:

$$\pi\varepsilon\rho\iota\varphi\varepsilon\rho\varepsilon\iota\alpha$$

Schulmathematik (r – Radius):

$$C = 2\pi r \ ; \ A = \pi r^2$$

Den ersten wissenschaftlich ernstzunehmenden Versuch zur genaueren Bestimmung von π unternahm **Archimedes**. Den von ihm eingeschlagenen Weg zur Bestimmung von π nennt man heute noch die klassische Methode zur Berechnung von π. Archimedes formulierte folgenden Satz: *„Das Verhältnis des Umfanges eines Kreises zu seinem Durchmesser ist kleiner als* $3\frac{1}{7}$ *und größer als* $3\frac{10}{71}$*.”*
Diesen Satz bewies er so: Er ging aus von der Beobachtung, daß der Umfang eines eingeschriebenen regelmäßigen n-Ecks und dem des umgeschriebenen regelmäßigen n-Ecks liegt. Archimedes schrieb nun einem gegebenen Kreis der Reihe nach regelmäßige Polygone von 12, 24, 48 und 96 Seiten ein und betrachtete auch die entsprechenden umgeschriebenen Polygone. Er verwendete zur Ermittlung des Umfanges dieser Polygone im Wesentlichen die Rekursionsformeln für die Seitenlängen s_{2n} bzw. S_{2n} des einem Kres vom Radius R eingeschriebenen (bzw.,umgeschriebenen) regelmäßigen $2n$-Ecks:

$$s_{2n} = [2R^2 - R(4R^2 - s_n^2)^{\frac{1}{2}}]^{\frac{1}{2}} \ ; \ S_{2n} = \frac{2Rs_n}{2R + (4R^2 - s_n^2)^{\frac{1}{2}}} \tag{1}$$

Aus s_{2n} und S_{2n} ergaben sich dann die angegebenen Schranken. Durch Archimedes wurde π also mit $3,14$ auf zwei Dezimalen genau angegeben. Die erste Verbesserung dieses Wertes finden wir im Werk des **Ptolemaios**, der $3,1416$ angab.

1579 bestimmte **François Viète** (Viëta) mit der klassischen Methode unter der Verwendung eines Polygons mit $2 \times 2^{16} = 393216$ Seiten π auf neuen Dezimalen genau:

$$3,1415926535 < \pi < 3,1415926537$$

1610 wurde dieser Rekord von **Ludolph von Ceulen** weiter verbessert, er verwendete das regelmäßige 2^{62}-Eck für seine Approximation, die einer Genauigkeit von 35 Dezimalstellen entspricht! Dies war wert auf seinem Grabstein eingraviert zu werden!

1706 erreichte **John Machin** eine Genauigkeit von 100 Dezimalstellen. Dieser benutzte die Reihenentwicklung

$$\arctan x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \cdots \quad (\text{-}1 < \mathrm{x} < 1)$$

mit der zusätzlichen Bedingung:

$$\frac{\pi}{4} = 4 \arctan \frac{1}{5} - \arctan \frac{1}{239}$$

1719 schraubte der Franzose **... de Lagny** die Genauigkeit auf 112 Stellen!

1844 kam **Zacharias Dase** auf eine Genauigkeit von 200 Stellen.

Dies ließ **William Rutherford** keine Ruhe; und so berechnete er π im Jahre 1853 auf 400 Stellen genau!

1965 kannte man π bereits auf 500.000 Stellen genau, mit Hilfe der Computer.

Die Irrationalität von π wurde schon 1767 von **Johann Heinrich Lambert** gezeigt, aber erst 1882 bewies **F. Lindemann** die Transzendenz von π.

Jetzt eine „Preisaufgabe der Pariser Akademie“:
Man beweise die Transzendenz von

$$\pi^{\pi}$$

Nun zum Abschluß ein π-Gedicht:

Wie, o dies π
Macht ernstlich so vielen viele Müh'!
Lernt immerhin, Jünglinge, leichte Verselein,
Wie zum Beispiel dies dürfte zu merken sein!

Jetzt noch eine der zahlreichen Kuriositäten um π:

1892 beschloß die Landesregierung von Indiana, USA, in ihrer Gesetzesvorlage Nr. 246, daß π den Wert

$$3\frac{13}{81}$$

habe. Eine in der Geschichte der Justitz beispiellose Vergewaltigung der Mathematik.