Altindische Mathematik

um 3000 v. Chr.: bäuerliche Siedlungen im Indusgebiet

2500–1800 v. Chr.: städtische Kultur in Harappa und Mohenjo-Daro (Schrift noch nicht entziffert)

um 1500 v. Chr.: Eindringen der „arya“: Vorschriften für Bau von Altären

um 500 v. Chr.: schriftliche Niederlegung dieser „Śulba-sūtras“ (= „Schnurregeln“)

darin allgemeine Aussage des „Satzes des Pythagoras“, aber ohne Beweis

516 v. Chr.: Eroberung des Indusgebiets durch Darius I.

Entstehung der Kharoṣṭi-Schrift

327–325 v. Chr.: Eroberung durch Alexander den Grossen

unmittelbar anschließend: (einheimische!) Maurya-Dynastie

272–236 v. Chr.: Aśoka

185 v. Chr.: Zerfall des Reiches, etwa

78 n. Chr.: Einfall der Śaka

circa 310–6. Jhrd.: Gupta-Dynastie

6.–10. Jhrd.: „Hindu-Mittelalter“

seit circa 1000: islamischer Einfluß

Das indisch-arabische System der Zahlendarstellung

Additive Zahlendarstellung

- primitive Form der Zahlendarstellung: Strichlisten, Bündelungszeichen
- nächste Stufe: iterierte Bündelung, insbesondere Symbole für die Potenzen der Grundzahl
- Reihenfolge der Symbole dabei (im Prinzip) beliebig, etwa im ägyptischen System

$$|||\bigcap\bigcap = \bigcap\bigcap||| = |\bigcap|\bigcap|(= 23)$$

- römisches System: Verfeinerung durch Hilfsbasis 5 (d. h., Symbole für $5, 50, 500$) und Festlegung, dass $\mathsf{IV} \neq \mathsf{VI}$, sondern $\mathsf{IV} = \mathsf{IIII}$

Gemischtes System

statt wiederholtem Hinschreiben der Zahlsymbole „Verzifferung“, entsprechend für die höheren Potenzen der Grundzahl; Beispiele:

- chinesische Zahldarstellungen auf den Orakelknochen
- indische Kharoṣṭi-Schrift (für die Hunderter):

$$1 = | \qquad 100 = \tau| \qquad 200 = \tau||$$

- heutige Schreibweise in der Grundschule:

$$2\,\mathsf{H}\ 3\,\mathsf{Z}\ 1\,\mathsf{E}$$

Positionssysteme / Stellenwertsysteme

- Unterscheidung nicht mehr durch Schreibweise bzw. Zusammensetzung des Symbols, sondern durch dessen Position:

$$231 = 2\,\mathsf{H}\ 3\,\mathsf{Z}\ 1\,\mathsf{E} = 2 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 1 \cdot 1$$

- *Beachte*: Positionssystem ist auch ohne „Verzifferung“ möglich, Beispiele:
  - babylonisches System
  - aus dem Rechenbrett hergeleitetes chinesisches System:

$$231 \;=\; || \equiv |$$

Individualzahlzeichen für die Ziffern 1 bis 9

(hieratische Ziffern in Ägypten)

Mitte des 3. Jhrds. v. Chr.: Inschriften in Indien

Mitte des 7. Jhrds. n. Chr.: verbreitet im Zweistromland

„Erfindung der Null“

mesopotamisch, altchinesisch: Zwischenraum

mesopotamisch auch $_{<}{}^{<}$ als „Proto-Null“

7. Jhrd. n. Chr.: als $\cdot$ oder $\circ$ in Sumatra

9. Jhrd. n. Chr.: dto. in Indien

„Arabische Ziffern“

Ziffern von 0 bis 9 im 9. bis 11. Jhrd. im islamischen Raum verbreitet

1085: Reconquista von Toledo

1202: „Liber abbaci“ des Leonardo Pisano (= Fibonacci)

1299: indisch-arabische Ziffern in Florenz als heidnisch verboten

1518 ff.: Rechenbücher des Adam Ries (1492–1559)

Altindische Mathematiker

Āryabhaṭa (476 – nach 498 n. Chr.)

„Āryabhaṭīya“ (um 498 entstanden): Auflistung von Merkversen mathematischen Inhalts, darunter:

- $$\pi \approx \frac{62\,832}{20\,000} = 3,1416$$
- Verfahren zur Berechnung der Sinus-Funktion
- Summenformel für arithmetische Progressionen
- Bestimmung ganzzahliger Lösungen von Systemen linearer Gleichungen („diophantische Probleme“)

Zahlendarstellung durch Buchstaben, nicht im indisch (-arabischen) System

Brahmagupta (598 – nach 665)

Brāhmasphuṭasiddhānta (um 628 entstanden): ein Kapitel zur Arithmetik und eines zur Algebra, in letzterem:

- Rechenregeln für positive („dhana“ $=$ Vermögen) und negative („ṛṇa“ $=$ Schuld) Zahlen; Schreibweise $\dot{3}$ für -3
- Zweiwertigkeit der Quadratwurzel
- *eine* Lösungsformel für quadratische Gleichungen

BHĀSKARA II. (circa 1115 – nach 1178)

Siddhānta-śiromaṇi (um 1150 entstanden): zwei Abschnitte mathematischen Inhalts, unter anderem

- „Der fünfte Teil einer Herde Affen, weniger drei, quadriert, ging in eine Höhle. Ein Affe blieb zu sehen. Wieviel waren es?“

  d. h.:
  $$(\frac{x}{5} - 3)^2 + 1 = x$$
  Lösung $x = 5$ ausgeschlossen, da dann die Anzahl $\frac{x}{5} - 3$ negativ

- Aufgabe zuvor:
  $$(\frac{x}{8})^2 + 12 = x$$
  hier *beide* Lösungen anerkannt

- „Siehe“-Beweis des „Satzes des PYTHAGORAS“