Pierre de Fermat

von Philipp Sprüssel

Vortrag am 30. April 2004

Der Fürst der Amateure

Pierre Fermat wurde in der südfranzösischen Stadt Beaumont de Lomagne als Sohn von Dominique Fermat geboren. Sein genaues Geburtsdatum ist zweifelhaft: In den meisten Quellen wird der 17. August oder der 20. August 1601 genannt. Tatsächlich findet sich im Taufregister von Beaumont de Lomagne am 20. August 1601* ein Pierre Fermat, Sohn von Dominique Fermat und Françoise Cazeneuve. Professor Klaus Barner von der Universität Kassel hat in seinen Publikationen jedoch Hinweise gesammelt, dass es sich bei diesem Pierre Fermat höchstwahrscheinlich nicht um den Mathematiker handelt, sondern um einen früh verstorbenen Halbbruder desselben. Françoise Cazeneuve starb 1603, und Dominique Fermat heiratete 1604 die Adlige Claire de Long, welche in vielen Quellen – selbst in solchen, die 1601 als Geburtsjahr angeben – als Mutter Fermats genannt wird. Die Rekonstruktion des Geburtsdatums von Pierre Fermat wird allerdings dadurch erschwert, dass die Taufregister von Beaumont de Lomagne der Jahre 1607-1611 fehlen. Nun besagt jedoch die letzte Zeile der Grabinschrift in der Augustinerkirche in Toulouse, dass Fermat am 12. Januar 1665 im Alter von 57 Jahren verstarb. Dies spricht für ein Geburtsdatum zwischen dem 13. Januar 1607 und dem 12. Januar 1608.

Fermats Vater war ein wohlhabender Lederhändler, weswegen Fermat eine gute Schulbildung im Franziskanerkloster Grandselve erlangte. Er besuchte die Universität von Toulouse und studierte später Jura in Orléans. 1631 wurde er zum *Conseiller au Parlement de Toulouse* ernannt. Fermats Aufgabe war es, Petitionen der Bürger von Toulouse entgegenzunehmen und diese nach Paris weiterzuleiten. Aufgrund seines Amtes erlangte er das Recht, ein *de* in seinem Namen zu tragen. Zudem arbeitete er auch als Richter und wurde 1652 an das höchste Kriminalgericht in Toulouse berufen. Dieser berufliche Aufstieg hatte seine Ursache vor allem in mehreren Pestepidemien, welchen etliche hohe Beamte zum Opfer fielen. Auch Fermat erkrankte 1652 an der Pest. Sein Zustand war so schlecht, dass sein Freund Bernard Medon mehreren Kollegen mitteilte, Fermat sei tot. Wenig später schrieb er jedoch in einem Brief an Nicholas Heinsius:

> *Ich habe Ihnen vor einiger Zeit mitgeteilt, Fermat sei verstorben. Doch er lebt, und wir fürchten nun nicht mehr um seine Gesundheit,*

*Der 20. August ist das Taufdatum, Geburtsdatum ist der 17. August.

> *auch wenn wir ihn vor kurzem noch zu den Toten zählten. Die Pest wütet nicht mehr unter uns.* (Quelle: [1])

Fermat wird gerne *Fürst der Amateure* genannt; Julian Coolidge hingegen erwähnt Fermat in seinem Buch *Mathematics of Great Amateurs* nicht, weil er

> *echte Größe besaß, weshalb man ihn zu den Professionellen zählen sollte.* (Quelle: [1])

Von Beruf war Fermat allerdings Richter und Beamter und zu Beginn seiner mathematischen Karriere hatte er fast keinen Kontakt zu anderen Mathematikern. Zudem hat er seine Arbeiten nie veröffentlicht, eingige seiner Methoden wurden lediglich durch andere Mathematiker veröffentlicht. Es ist also durchaus gerechtfertigt, ihn als *Amateur* zu bezeichnen, auch wenn seine Leistungen in keinem Fall amateurhaft waren.

1636 erfuhr Marin Mersenne von Fermat und setzte sich mit ihm in Verbindung. Der Paulanermönch Mersenne war der Initiator einer Zusammenarbeit der Mathematiker von Paris, welche zuvor eher unüblich war. Die Angewohnheit der Mathematiker, sich nicht mit ihren Kollegen auszutauschen, ging auf das sechzehnte Jahrhundert zurück. Die sogenannten *Cossisten* waren zu dieser Zeit als Rechenmeister bei Kaufleuten gefragt, um Probleme zum Beispiel in der Buchführung zu lösen. Wer die besten Lösungsverfahren kannte, hatte somit die besten Chancen, engagiert zu werden, und deshalb wurden diese Verfahren keinem Kollegen verraten. Ungewöhnlicherweise hatte Niccolò Tartaglia seine Methode zur Lösung kubischer Gleichungen an Girolamo Cardano weitergegeben, der sie schließlich veröffentlichte. Hierauf folgte ein öffentlicher Streit, durch welchen die Verschwiegenheit der Mathematiker nur noch bestärkt wurde. Mersenne hatte es jedoch geschafft, die Pariser Mathematiker zur Zusammenarbeit zu bewegen und wollte nun auch Fermat in diesen Kreis miteinbeziehen.

Es entwickelte sich ein Briefverkehr zwischen Fermat und mehreren Mitgliedern der besagten Pariser Gruppe. Fermat machte sich hierbei aber kaum Freunde. So fragte Mersenne ihn nach seiner Meinung zu einer Abhandlung von Descartes über Lichtbrechung. Fermat bezeichnete dieses Werk als

> *im Dunkeln tappen* (Quelle: [2])

und behauptete, Descartes habe sein Brechungsgesetz nicht korrekt hergeleitet, da es bereits in seinen Annahmen enthalten sei. Fermat stellte hierzu später das *Fermatsche Prinzip* auf, welches besagt, dass Licht stets auf dem kürzesten möglichen Weg verläuft. Als Descartes Fermats Arbeit über Maxima und Minima zu Gesicht bekam, begann er, der selbst eine Arbeit hierüber veröffentlicht hatte, Fermats Ruf zu schädigen und kritisierte von da an alle Methoden Fermats. Zu bemerken ist hier, dass die Methoden Fermats zumeist korrekt waren und Descartes' Kritik wahrscheinlich nur auf verletztem Stolz basierte.

In der besagten Arbeit über Maxima und Minima erweitert Fermat die Methode von Vieta zur Bestimmung der Wurzeln von Polynomen auf die Berechnung von Extrema. Fermat wendet dabei folgende Methode an: In die Formel, deren Extrema bestimmt werden sollen, werden die Unbestimmten A und E eingesetzt. Die beiden so erhaltenen Formeln werden gleichgesetzt und schließlich durch $A-E$ dividiert. Wenn man dann $E = A$ setzt, erhält man eine Bedingung für ein Extremum. Aus unser heutigen Sicht bildet Fermat

$$\lim_{E \to A} \frac{f(A) - f(E)}{A - E}.$$

Fermat erweitert dies noch, indem er zu Anfang $A + E$ statt E einsetzt, später durch A statt durch $A - E$ teilt und dann $E = 0$ setzt. Er bildet also

$$\lim_{E \to 0} \frac{f(A) - f(A + E)}{E}.$$

Es wird hierbei allerdings in keiner Weise mit einem Grenzübergang argumentiert und auch eine Begründung der Methode fehlt völlig. Wie in den meisten Belangen war Fermat auch hier eher aufgabenorientiert und gibt in der Arbeit viele Beispiele, die seine Methode untermauern sollen. Mit diesem Werk schuf Fermat die Grundlage für die Differentialrechnung von Isaac Newton. Einer Notiz Newtons zufolge basiert seine Differentialrechnung auf

Monsieur Fermats Verfahren, Tangenten zu zeichnen, (Quelle: [1])

welches in ähnlicher Weise wie die Bestimmung von Extrema stattfindet. Dieses Problem führt Fermat auf die Bestimmung eines Extremums zurück, um dann sein bekanntes Verfahren anzuwenden.

Besonders intensiv beschäftigte sich Fermat aber mit der Zahlentheorie. Den wohl größten Einfluss auf Fermats mathematische Arbeit hatte eine Ausgabe der *Arithmetica* von Diophant, welche von Claude Gaspar Bachet de Méziriac ins Lateinische übersetzt worden war. In diesem Werk sind über hundert Probleme der Zahlentheorie mitsamt Lösungen zusammengefasst. Diese Probleme nahm Fermat zum Anlass, sich weitergehende Gedanken zu machen. So sind in der *Arithmetica* die *befreundeten Zahlen* erwähnt. Dies sind natürliche Zahlen, bei denen jeweils die Summe der Teiler der einen Zahl der anderen Zahl entspricht. In der Antike waren die befreundeten Zahlen 220 und 284 bekannt und Fermat entdeckte mit 17296 und 18416 ein weiteres Paar.*

Allerdings hat Fermat ganz im Gegensatz zu Diophant keine vollständige Lösungen seiner Probleme hinterlassen. Falls er diese Lösungen überhaupt jemals niedergeschrieben hat, sind sie in der Zwischenzeit verlorengegangen. Bachets Ausgabe der *Arithmetica* hatte jedoch Randspalten, in denen Fermat einige Notizen hinterließ. Dies sind jedoch stets nur Eindrücke von den Überlegungen Fermats und lassen die Beweise – wenn überhaupt – nur erahnen.

Überliefert sind die Probleme, mit denen sich Fermat beschäftigte, neben der *Arithmetica* vor allem durch den Briefverkehr mit anderen Mathematikern. Fermat hatte es sich zur Angewohnheit gemacht, seinen Kollegen seine Ergebnisse mitzuteilen, wobei er jedoch keinen Hinweis auf seine Lösung gab und die ganze Angelegenheit mehr als Rätsel formulierte. Die meisten Mathematiker waren hiervon nicht gerade begeistert. Descartes bezeichnete Fermat – vielleicht durch ihren alten Streit beeinflusst – als “Aufschneider”, John Wallis nannte ihn sogar “diesen verdammten Franzosen” (beides [1]). Diese Verhaltensweise Fermats

*In Arabien war dieses Paar bereits bekannt. Descartes entdeckte später das Paar 9363584 und 9437056. Euler fand gleich 62 weitere Paare.

mag durchaus arrogant erscheinen, aber es war mehr ein Ausdruck seiner Art, bei Beweisen nicht allzu genau zu sein. Wie schon erwähnt, hat Fermat keinen vollständigen Beweis hinterlassen und es scheint so, als hätte es ihm genügt, sich den Beweis zu überlegen. Den Beweis dann auszuformulieren könnte ihm schlicht und einfach zu mühselig gewesen sein.

Entsprechend war auch seine Einstellung zur Veröffentlichung seiner Arbeiten. Als er von Blaise Pascal hierzu aufgefordert wurde, antwortete Fermat:

> *Was auch immer von meinem Werk man für publikationswürdig erachtet, ich möchte meinen Namen nicht darunter sehen.*
> (Quelle: [1])

Unter den Problemen, die Fermat in der Zahlentheorie bearbeitete und schließlich seinen Kollegen zur Aufgabe machte, finden sich wichtige Ergebnisse der Zahlentheorie:
An erster Stelle ist hier der *Kleine Satz von Fermat* zu nennen, welcher besagt, dass $a^{p-1} \equiv 1 \mod p$ gilt für p prim und a koprim zu p. Heute wird dieser Satz oft auch so formuliert:

> Ist G eine endliche Gruppe und $g \in G$, so teilt die Ordnung von g die Gruppenordnung.

Dies ist eine Verallgemeinerung des Kleinen Satzes von Fermat, die in dieser Weise von Fermat **nicht** formuliert wurde. Fermat formulierte den Satz, indem er sagte, dass für a und p wie oben $a^{p-1} - 1$ durch p teilbar ist. Der Beweis hierfür wurde erstmals von Euler geführt.

Fermat konnte weiterhin zeigen, dass jede Primzahl der Form $4k + 1$ als Summe von zwei Quadraten geschrieben werden kann. In einem Briefwechsel mit Huygens erwähnt er dies als ein Beispiel für seine *Methode des unendlichen Abstiegs*. Hierbei zeigt man, dass es zu jedem Zahlentupel, das eine bestimmte Bedingung erfüllt, ein kleineres Tupel gibt, das die gleiche Bedingung erfüllt. Im Bereich der natürlichen Zahlen führt dies zu einem Widerspruch, da es ein kleinstes Tupel geben muss. In diesem Fall folgert Fermat aus der Existenz einer Primzahl der Form $4k+1$, die sich nicht als Summe zweier Quadratzahlen schreiben lässt, die Existenz einer kleineren solchen Primzahl. Allerdings versäumt er es, in dem Brief darauf hinzuweisen, **wie** er die kleinere Primzahl konstruiert. Erst Euler konnte den Satz beweisen.

Ein weiteres Beispiel ist die Aussage, dass die Zahl 26 die einzige Zahl ist, die zwischen einer Quadratzahl und einer Kubikzahl liegt. Gleichbedeutend hiermit ist, dass die Gleichung $y^2 = x^3 - 2$ genau eine positive ganzzahlige Lösung besitzt. Auch hier fehlt jeder Hinweis darauf, wie Fermat diese Aussage bewiesen hat. Fermat hat auch erwähnt, dass die Gleichung $y^2 = x^3 - 4$ genau zwei positive ganzzahlige Lösungen besitzt ($x = y = 2$ und $x = 5, y = 11$). Diese beiden Aufgaben sind überliefert, da er sie den englischen Mathematikern Wallis und Digby stellte.

Von 1643 bis 1654 war der Kontakt zwischen Fermat und den Pariser Mathematikern unterbrochen. Dies hatte seine Ursache in der Pestepidemie, der

Fermat beinahe zum Opfer gefallen wäre, und in einem Bürgerkrieg in Frankreich, von dem Toulouse besonders betroffen war. 1654 nahm Blaise Pascal den Kontakt zu Fermat auf, um mit ihm das neue Gebiet der Wahrscheinlichkeitsrechnung zu diskutieren. Pascal hatte sich auf die Nachfrage eines Freundes hin, welcher ein leidenschaftlicher Glücksspieler war, mit diesem damals noch völlig unerschlossenen Gebiet beschäftigt und führte Fermat nun in die Materie ein. Gemeinsam diskutierten sie einige Probleme der Wahrscheinlichkeitstheorie und legten so den Grundstein für dieses Gebiet.

Fermat war jedoch bekanntermaßen besonders an der Zahlentheorie interessiert und versuchte somit schon bald, das Thema im Briefwechsel mit Pascal auf diesen Bereich zu lenken. Pascal hingegen war, wie fast alle Zeitgenossen Fermats, nicht sonderlich an der Zahlentheorie interessiert. Fermat hingegen schrieb in einem Brief an Carcavi:

> *Ich bin erfreut, Gedanken zu haben, die mit denen von M. Pascal übereinstimmen, denn ich habe unendliche Hochachtung vor seinem Genie ...*
> *Sie beide könnten die Publikation übernehmen, in welcher ich Sie für die Meister halte, Sie können erklären oder ergänzen, was immer Ihnen zu knapp erscheint, und mich so von einer Bürde befreien, welche mich meine Pflichten zu übernehmen hindern.* (Quelle: [2])

Bezeichnend ist hier, dass Fermat zwar ungewöhnlicherweise von der Publikation seiner Arbeiten sprach, sie aber nicht selbst veröffentlichen wollte. Das Desinteresse Pascals ließ diese Idee aber wieder in der Versenkung verschwinden.

Als Fermat starb, blieben somit nur spärliche Aufzeichnungen erhalten: Die Briefe an seine Kollegen, die wenigen Fälle, in denen Methoden Fermats in den Werken anderer Mathematiker veröffentlicht wurden, sowie nicht zuletzt seine Ausgabe der *Arithmetica*.

Die Fermatsche Vermutung

> “Weißt du”, gestand der Teufel, “nicht einmal die besten Mathematiker auf den anderen Planeten - alle viel weiter als deiner - konnten das Rätsel lösen. Da ist sogar ein Kerl auf Saturn, der aussieht wie ein Pilz auf Stelzen und partielle Differentialgleichungen im Kopf löst: selbst der hat aufgegeben.”
>
> *The Devil and Simon Flagg*
> Arthur Poges

Die Fermatsche Vermutung besagt, dass

$$x^n + y^n = z^n$$

für $n > 2$ keine nicht-triviale ganzzahlige Lösung besitzt.* Diese Aussage hat Fermat, vermutlich um 1630, an den Rand seiner Ausgabe der *Arithmetica* geschrieben. 1670 ließ Fermats Sohn Clément-Samuel dieses Buch mitsamt aller Randnotizen verlegen und veröffentlichte so auch erstmals die Fermatsche Vermutung. Zusammen hiermit findet sich auch der Satz, der wohl einer der bekanntesten Aussprüche der Mathematik ist:

> *cuius rei demonstrationem mirabilem sane detexi hanc marginis exiguitas non caperet.*
>
> Ich habe hierfür einen wahrhaft wunderbaren Beweis gefunden, doch ist dieser Rand zu schmal, um ihn zu fassen.

Gerade diese Zusatzbemerkung war es, die etliche Mathematiker dazu brachte, sich mit diesem Problem zu beschäftigen. Denn wenn Fermat schon einen Beweis gefunden hatte, so musste es doch möglich sein, dies mit den besseren Mitteln zu bewerkstelligen, die inzwischen zur Verfügung standen. Wie sehr diese Bemerkung vielen Mathematikern auf der Seele lag, verdeutlicht das folgende Beispiel: G.H. Hardy, der sich vor Schiffsreisen fürchtete, sagte, dass er im Falle einer Seereise zuvor einem Kollegen ein Telegramm schicken würde mit den Worten:

> `HABE RIEMANNSCHE VERMUTUNG BEWIESEN STOP`
> `GENAUERES BEI RÜCKKEHR` (Quelle: [1])

Seine Begründung hierfür war, dass Gott ihn nicht ertrinken lassen würde, da ansonsten ein zweites Problem von der Art der Fermatschen Vermutung entstehen würde.

Allerdings kann an Fermats Behauptung, einen Beweis zu besitzen, gezweifelt werden: Zum einen wurde der Satz im Endeffekt mit Mitteln bewiesen, die weit über das hinausgingen, was Fermat wissen konnte. Zum zweiten kann man sogar vermuten, dass selbst Fermat von seinem Beweis nicht überzeugt war oder sogar eingesehen hatte, dass er falsch war. Denn entgegen seinem sonstigen Verhalten behielt er den Satz für sich; die Spezialfälle $n = 3$ und $n = 4$ hingegen stellte Fermat seinen Kollegen als Aufgaben. Zudem findet sich in der besagten Ausgabe der *Arithmetika* an einer anderen Stelle der Beweis des Falles $n = 4$, welcher in einem allgemeinen Beweis enthalten gewesen wäre.

Der Beweis dieses Spezialfalles beruht auf der Methode des unendlichen Abstiegs (siehe Seite 4). Typisch für Fermat ist, dass der Beweis in schwer nachzuvollziehender Weise ausgeführt und zudem in den Beweis eines ganz anderen Problems eingebettet ist. Dies ist der einzige Beweis, den man in Fermats Aufzeichnungen finden kann, und selbst er ist unvollständig und Fermat beendet ihn mit der Bemerkung, aufgrund von Zeit- und Platzmangel sei ihm eine ausführlichere Erläuterung nicht möglich.

Es ist klar, dass hiernach nur noch die Fälle bewiesen werden mussten, in denen n eine Primzahl ist. Denn jedes Fermatsche Tripel zu einem nicht-primen Exponenten n würde gleichzeitig ein Fermatsches Tripel zu jedem Primteiler p von n als Exponenten liefern.

*Eine (hypothetische) Lösung dieser Gleichung nennt man *Fermatsches Tripel*.

Der erste, der hierbei einen Erfolg vermeldete, war Leonhard Euler. Am 4.8.1753 berichtete er Christian Goldbach in einem Brief, dass es ihm gelungen sei, den Fall $n = 3$ zu beweisen. Der Beweis, der 1770 in Eulers Werk *Algebra* veröffentlicht wurde, enthält allerdings einen Fehler. Euler verwendet die Eindeutigkeit der Primzahlzerlegung, wendet diese allerdings auf den Ring $\mathbb{Z}[\sqrt{-3}]$ an. Nun ist die Eindeutigkeit der Primzahlzerlegung in diesem Ring nicht gegeben, und der Beweis ist daher fehlerhaft. In anderen Beweisen verwendet Euler allerdings verschiedenste Tricks, die es erlauben, den Beweis zu flicken. Somit ist es durchaus angebracht, Euler den Beweis für den Fall $n = 3$ zuzusprechen, obwohl er nie einen vollständigen Beweis hierfür veröffentlichte.

Der nächste Durchbruch bei der Lösung des Problems gelang Sophie Germain. 1815 konnte sie folgendes beweisen: Sind p und $2p + 1$ prim, so ist aus einem minimalen Fermatschen Tripel zum Exponenten p genau eine Zahl durch p teilbar. Diese Erkenntnis bewies zwar keinen der Fälle der Fermatschen Vermutung, aber sie erleichterte die Arbeit an diesen Spezialfällen erheblich. So gab es für den Fall $n = 5$ nur noch zwei Fälle eines minimalen Fermatschen Tripels zu beweisen. Denn genau eine der Zahlen x, y und z müsste durch 5 teilbar sein und ebenso genau eine durch 2. Somit können nur diese beiden Fälle auftreten:

1. Die durch 5 teilbare Zahl ist gerade.

2. Sie ist ungerade.

Im Juli 1825 bewies Johann Peter Gustav Lejeune-Dirichlet den Fall 1 und nur zwei Monate später konnte Adrien-Marie Legendre den Fall 2 zeigen.

Dirichlet war es auch, der 1832 einen Beweis für den Fall $n = 14$ veröffentlichte. Er hatte diesen Beweis gefunden, als er eigentlich versuchte, den Fall $n = 7$ zu beweisen. Dieser Fall wurde 1839 von Gabriel Lamé bewiesen. Dieser Beweis war sehr kompliziert und benutzte einige neue Techniken. Dies ließ die fehlenden Fälle noch schwerer erscheinen, denn ohne bahnbrechende neue Ideen würde für jeden weiteren Fall ähnlich viel Aufwand betrieben werden müssen.

Eben diese bahnbrechende Idee erschien im Jahre 1847. Auf der Sitzung der französischen Akademie der Wissenschaften am 1. März verkündete Lamé, er stünde kurz vor einem Beweis der Fermatschen Vermutung und behauptete, innerhalb weniger Wochen einen vollständigen Beweis veröffentlichen zu können. Er gab auch zumindest eine Skizze seines derzeitigen Standes im Beweis an. Nachdem Lamé den Saal verlassen hatte, trat Augustin Louis Cauchy an das Podium und erklärte der Akademie, dass er selbst mit ähnlichen Verfahren wie Lamé arbeite und stellte ebenfalls einen Beweis in Aussicht. Beide reichten nur drei Wochen später versiegelte Umschläge mit ihren Ausarbeitungen bei der Akademie ein.

Am 24. Mai jedoch verlas Joseph Liouville vor der versammelten Akademie einen Brief von Ernst Kummer, welcher auf einen entscheidenden Fehler in der Argumentation von Lamé und Cauchy hinwies. Sie hatten beinahe den gleichen Fehler wie Euler begangen und eine Primfaktorzerlegung in einem Zahlenring vorausgesetzt. In einer Arbeit aus dem Jahr 1844, welche er dem Brief beilegte, hatte Kummer bewiesen, dass es möglich war, die Primfaktorzerlegung für sogenannte *reguläre** Primzahlwerte von n eindeutig zu machen. So hatten Lamé und Cauchy zumindest die Fälle dieser regulären Primzahlen bewiesen. Allerdings ist die Menge der irregulären Primzahlen unendlich, was im Jahre 1915 bewiesen wurde. Interessanterweise ist bis heute unbekannt, ob die Menge der regulären Primzahlen ebenfalls unendlich ist.

Allgemein bekannt wurde die Fermatsche Vermutung durch Paul Wolfskehl. Der Industrielle und Mathematiker verfügte in seinem Testament, dass 100 000 Mark* seines Privatvermögens als Preis für den Beweis der Fermatschen Vermutung ausgesetzt wurden. Die Ausschreibung des Wettbewerbs übernahm die Göttinger Königliche Gesellschaft der Wissenschaften im Jahr 1908. Obwohl in der Ausschreibung die Bedingung gestellt wurde, dass der Beweis in einer mathematischen Zeitschrift veröffentlicht würde, wurden die Universitäten weltweit mit angeblichen Lösungen des Problems überschüttet. Einige Professoren erdachten sich einfache Möglichkeiten, sich dieser Flut von Zuschriften zu entledigen. Edmund Landau, der zwischen 1909 und 1934 in Göttingen mit der Sichtung der Eingaben beauftragt war, ließ Hunderte von Karten mit folgender Aufschrift drucken:

> Sehr geehrte/r ......,
>
> ich danke Ihnen für Ihr Manuskript zum
> Beweis der Fermatschen Vermutung.
> Der erste Fehler findet sich auf:
> Seite ...... Zeile ......
> Ihr Beweis ist daher wertlos.
>
> Professor E.M. Landau

Das Ausfüllen der Karten überließ er seinen Studenten. Martin Gardner berichtet von einem Freund, der dem Absender zu antworten pflegte, er sei nicht befähigt, den Beweis zu untersuchen. Er könne ihm jedoch Name und Adresse einer Kapazität auf diesem Gebiet mitteilen, worauf die Anschrift des jeweils vorherigen Absenders folgte. Zuletzt soll ein anderer Freund Gardners regelmäßig mit den Worten geantwortet haben:

> Ich habe eine bemerkenswerte Widerlegung Ihres Beweisversuchs,
> doch ist diese Seite leider nicht groß genug, um sie zu fassen.
> (alles [1])

---

*Eine ungerade Primzahl p ist genau dann regulär, wenn sie für jedes $k \in \left\{1, \ldots, \frac{p-3}{2}\right\}$ den Zähler der Bernoulli-Zahl B_{2k} nicht teilt. Die Bernoulli-Zahlen sind durch die Bedingung

$$\frac{x}{\mathrm{e}^x - 1} = \sum_{n=0}^{\infty} B_n \frac{x^n}{n!}$$

definiert. So ist die erste irreguläre Primzahl 37 nicht regulär, weil sie den Zähler von B_{32} teilt.

*Das entspricht heute etwa 1,3 Mio. Euro

Einen Eindruck von der Masse der Einsendungen bietet folgender Brief von Dr. F. Schlichting, der in den siebziger Jahren für die Bearbeitung der Einsendungen verantwortlich war.

> [. . .] die genaue Zahl der bisher eingereichten "Lösungen" ist nicht bekannt. Im ersten Jahr [. . .] wurden 621 Lösungen in den Akten der Akademie registriert, und heute hat man etwa drei Regalmeter an Korrespondenz zum Fermatproblem archiviert. In den vergangenen Jahrzehnten wurde wie folgt verfahren. Der Sekretär der Akademie teilt die eingehenden Manuskripte auf in:
>
> 1. völligen Unsinn, der sofort zurückgeschickt wird,
> 2. Material, das wie Mathematik aussieht.
>
> [. . .] (Quelle: [1])

Insofern ist es nicht verwunderlich, dass sich schon bald viele Zeitschriften weigerten, den Wolfkehl-Preis jährlich anzukündigen, da auch sie daraufhin stets mit Zuschriften überschüttet wurden.

Ein neuer Ansatz zur Lösung des Problems wurde 1984 vorgestellt. Gerhard Frey stellte die Behauptung auf, dass ein Beweis der sogenannten *Taniyama-Shimura-Vermutung**, welche eine Verbindung zwischen Elliptischen Kurven und den sogenannten Modulformen herstellt, einen Beweis der Fermatschen Vermutung nach sich ziehen würde. Frey sagte, ein Fermatsches Tripel würde eine Elliptische Kurve induzieren, die nicht modular sei, was ein Gegenbeispiel zur Taniyama-Shimura-Vermutung darstellen würde. 1986 konnte die Nichtregularität von Freys elliptischer Gleichung durch Ken Ribet bewiesen werden.

Die (zunächst vermeintliche) Lösung der Fermatschen Vermutung wurde am 21., 22. und 23. Juni 1993 auf einer Konferenz im Isaac Newton Institut in Cambridge durch Andrew Wiles vorgestellt. In drei Vorträgen bewies Wiles die Taniyama-Shimura-Vermutung und damit auch die Fermatsche Vermutung. Bei der Überprüfung des Beweises durch mehrere Gutachter tauchte jedoch ein ernsthaftes Problem auf, und es dauerte bis zum 25.Oktober 1994 bis letztendlich ein vollständiger Beweis veröffentlicht werden konnte. Somit wurde 324 Jahre nach ihrer Veröffentlichung die Fermatsche Vermutung letztlich bewiesen. Am 27. Juli 1997, gut zehn Jahre vor Ablauf des Wettbewerbs, nahm Andrew Wiles in Göttingen den Wolfskehl-Preis entgegen.

*Auch Shimura-Taniyama-Weil-Vermutung genannt. Auch Permutationen dieser drei Namen treten auf, sowie die Bezeichnungen Taniyama-Weil-Vermutung oder Weil-Vermutung. Da sie aber ursprünglich von Yutaka Taniyama und Goro Shimura aufgestellt wurde, wird hier die Bezeichnung Taniyama-Shimura-Vermutung verwendet.

Literatur

[1] Simon Singh: *Fermats letzter Satz.* dtv 2000

[2] *Pierre de Fermat.* School of Mathematics and Statistics, University of St Andrews, Schottland
http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Mathematicians/Fermat.html

[3] *Fermat's last theorem.* School of Mathematics and Statistics, University of St Andrews, Schottland
http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/HistTopics/Fermat's_last_theorem.html

[4] Pierre de Fermat: Auszug aus *Abhandlungen über Maxima und Minima.* Übersetzung von Max Miller
http://www.uni-essen.de/didmath/texte/jahnke/hnj_pdf/fermat01.pdf
oder unter
http://www.uni-essen.de/didmath/texte/jahnke/quellen/fermat01.htm

[5] W.W. Rouse Ball: A Short Account of the History of Mathematics. (4th Edition, 1908)
Der verwendete Auszug hieraus findet sich auf
www.maths.tcd.ie/pub/HistMath/People/Fermat/RouseBall/RB_Fermat.html

[6] Informationen über das Geburtsjahr Fermats:
Klaus Barner: *Das Leben Fermats.* Mitteilungen der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, Heft 3, 2001, Berlin
Klaus Barner: *How old did Fermat become?* N.T.M 9 (2001) 209-228, Birkhäuser Verlag, Basel